



باسمه تعالی

تمرین‌های اعداد مختلط

۱. مقادیر  $\frac{1-i\sqrt{3}}{1-i}$  را بدست آورید.

۲. معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$1 + z^2 + z^4 + z^6 = z + z^3 + z^5$$

۳. مطلوب است محاسبه قسمت حقیقی و موهومی عدد مختلط زیر

$$A = \left(1 + \frac{i}{\sqrt{3}}\right)^n - \left(1 - \frac{i}{\sqrt{3}}\right)^n$$

که در آن  $n$  یک عدد طبیعی است.

۴. ثابت کنید:

$$(1 + \cos(\alpha) + i \sin(\alpha))^n = 2^n \cos^n\left(\frac{\alpha}{2}\right) \left(\cos \frac{n\alpha}{2} + i \sin \frac{n\alpha}{2}\right)$$

۵. معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$z^3 = \left(\frac{1 - i\sqrt{3}}{1 + i\sqrt{3}}\right)^{18}$$

۶. ثابت کنید:

$$\left(\frac{1 + i \tan \alpha}{1 - i \tan \alpha}\right)^n = \frac{1 + i \tan n\alpha}{1 - i \tan n\alpha}$$

۷. قسمت حقیقی و موهومی عدد مختلط زیر را بدست آورید

$$A = (-1 + \cos 2\theta + i \sin 2\theta)^n$$

که در آن  $n$  یک عدد طبیعی است.

۸. برای عدد مختلط زیر،  $|z^2|$  را محاسبه کنید.

$$z = (1+i)(1+i\sqrt{2})(1+i\sqrt{3})\dots(1+i\sqrt{n})$$

۹. قسمت حقیقی عدد مختلط زیر را محاسبه کنید.

$$z = \frac{2}{1+i} + \frac{3}{1+i\sqrt{2}} + \dots + \frac{n+1}{1+i\sqrt{n}}$$

۱۰. هرگاه  $z$  عدد مختلطی بر دایره‌ی واحد با آرگومان  $\theta$  باشد، ثابت کنید:

$$z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta$$

۱۱. معادله‌ی زیر را در اعداد مختلط حل کنید.

$$(1+z)^3 = (1-z)^3$$

۱۲. ثابت کنید اگر اعداد مختلط  $z_1, z_2, \dots, z_n$  در یک طرف خطی که از مبدا می‌گذرد قرار داشته باشند، آنگاه

$$z_1 + z_2 + \dots + z_n \neq 0$$