

نمونه سوالات ریاضی عمومی یک

۱. همهی ریشه‌های معادله $z^4 = i \left(\frac{1 - \sqrt{3}i}{1 + \sqrt{3}i} \right)^3$ را در دستگاه اعداد مختلط به دست آورید.
 ۲. تمامی ریشه‌های معادله‌ی $z^6 - 2z^3 + 4 = 0$ را در دستگاه اعداد مختلط به دست آورید.
 ۳. نمایش قطبی عدد مختلط $-1 + i$ را بدست آورید.
 ۴. کوچکترین عدد طبیعی n را مشخص کنید به طوری که $(\sqrt{3} + i)^n$ یک عدد حقیقی باشد.
 ۵. قسمت موهومی عدد مختلط $\frac{\sqrt{3} - i}{1 + i\sqrt{3}}$ را مشخص کنید.
 ۶. مکان هندسی نقاطی از صفحه که در معادله $|z - i| = 2$ صدق می‌کند مشخص کنید.
 ۷. حد عبارت $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x + x^2})$ را بدست آورید.
 ۸. مجانب مایل و مجانب قائم منحنی نمایش تابع $f(x) = \frac{4x^3 - 5}{2x^2 + x - 1}$ را مشخص کنید.
 ۹. تابع $f(x) = \cos([\sin^2 x])$ در چه نقاطی ناپیوسته است؟
 ۱۰. حد عبارت $\lim_{x \rightarrow a} (x^3 - 3x + 2)f(x)$ به ازای کدام مقدار از a وجود دارد، که در آن تابع $f(x)$ برابر است با $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} \\ -1 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$
 ۱۱. مشتق دوم تابع f را در همهی نقاطی که موجود است به دست آورید.
- $$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$
۱۲. فرض کنید f تابعی دو بار مشتق‌پذیر باشد که $f(0) = f'(0) = 1$ و $f''(0) = 3$. با فرض $g(x) = f(xf(x))$ ، مطلوب است $g''(0)$.
 ۱۳. نشان دهید برای هر $x > 0$ ، $2 \cos x + x^2 > 2$.
 ۱۴. ثابت کنید معادله‌ی $\frac{1}{x+2} - 4x^2 + \cos x = 0$ در بازه‌ی $[-1, 1]$ دقیقاً دو ریشه دارد.
 ۱۵. نشان دهید معادله‌ی $x^2 \sec x = 1$ حداقل دو جواب دارد. آیا این معادله در بازه $(1, \infty)$ جواب دارد؟ چرا؟
 ۱۶. فرض کنید f تابعی دوبار مشتق‌پذیر باشد. اگر $f(0) = 1$ ، $f(1) = 3$ و $f(3) = 7$ ، نشان دهید:
 - الف. نقاط x_1 و x_2 وجود دارد به طوری که $f'(x_1) = f'(x_2) = 2$.
 - ب. نقطه‌ی $t \in (0, 3)$ وجود دارد به طوری که $f''(t) = 0$.

۱۷. نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x^2}$ را با تعیین نقاط اکسترمم، عطف، مجانب‌ها و جهت تقعر منحنی رسم کنید.
۱۸. یک ورق مستطیلی با محیط ۳۶ سانتی‌متر و ابعاد x در y سانتی‌متر را لوله می‌کنیم و بصورت یک استوانه در می‌آوریم. مقادیر x و y چه باشند تا استوانه بیشترین حجم ممکن را داشته باشد؟
۱۹. مثلث ABC با سه رأس $A(2, 6)$ ، $B(a, 0)$ و $C(0, b)$ را در نظر بگیرید. اگر $a + b = 10$ ، آنگاه a و b را طوری تعیین کنید که مساحت مثلث ABC کمترین مقدار باشد. کمترین مساحت چقدر است؟

با آرزوی موفقیت
دانشکده علوم ریاضی