



تاریخ: ۲۳ دیماه ۱۳۹۶

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

امتحان پایان ترم ریاضی عمومی ۲

۱. انتگرال $\int_0^1 \int_y^1 \frac{e^x}{x} \cos\left(\frac{\pi y}{x}\right) dx dy$ را محاسبه کنید.

۲. فرض کنید D ناحیه‌ی محصور بین خطوط $x - y = 1$, $x - y = -1$, $x + y = 0$ و $x + y = 2$ باشد. انتگرال $\iint_D (x - y) \sin(x^2 - y^2) dA$ را محاسبه کنید.

۳. فرض کنید T ناحیه‌ی محدود به سهمی گون $z = 2 - x^2 - y^2$ و مخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ باشد. حجم T را محاسبه کنید.

۴. فرض کنید C نیمه‌ی بالائی بیضی $x^2 + y^2 = 4$ از نقطه‌ی $(1, 0)$ به نقطه‌ی $(-1, 0)$ باشد. مطلوب است

$$\int_C (-y + xy^2 + x^2) dx + (yx^2 + 5x - e^{y^2}) dy.$$

۵. خم $C: \begin{cases} x = \cos t - 1 \\ y = \sin t \\ z = e^{\sin^2 t} - 1 \end{cases}$ $0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ مفروض است. مطلوب است محاسبه‌ی

$$\int_C (2xy - z^2) dx + (2yz + x^2) dy + (y^2 - 2xz + e^z) dz.$$

۶. فرض کنید T ناحیه‌ی محصور درون کره‌ی $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ و درون مخروط $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$ و رویه‌ی بسته‌ی در برگیرنده‌ی T باشد. شار برون سوی میدان برداری $F(x, y, z) = (y \cos z + x^3, e^{xz} + y^3 + 1, e^x + z^3 - 1)$ گذرا از سطح S را محاسبه کنید.

۷. فرض کنید خم C حاصل از برخورد سهمی گون $z = x^2 + y^2$ با صفحه‌ی $z - 2y = 0$ باشد که جهت حرکت بر روی C نسبت به بردار $(0, -2, 1)$ در جهت مثبت است. مطلوب است محاسبه‌ی $\oint_C 2x dx + (3y + x^2) dy + 4z dz$.

تذکر: ارزش هر سؤال ۱۵ نمره است.

موفق باشید



۱. انتگرال $\int_0^1 \int_{x^2}^1 x \cos\left(\frac{x}{y}\right) dy dx$ را محاسبه کنید.

۲. فرض کنید D ناحیه‌ی محصور بین خطوط $x - 2y = 1$, $x - 2y = 2$, $x + 2y = 1$ و $x + 2y = 3$ باشد. انتگرال $\iint_D \left(\frac{x-2y}{x+2y}\right)^3 dA$ را محاسبه کنید.

۳. فرض کنید D ناحیه‌ی محصور به استوانه‌های $x^2 + y^2 = 4y$, $x^2 + y^2 = 2y$ بین صفحه‌ی $z = 0$ و مخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ باشد. حجم D را محاسبه کنید.

۴. فرض کنید C نیم‌دایره‌ی بالائی $x^2 + y^2 = 2x$ از نقطه‌ی $(2, 0)$ به نقطه‌ی $(0, 0)$ باشد. مطلوب است

$$\int_C (y^2 e^{xy} + 4y + \cos x) dx + (e^{xy} + xye^{xy} + \sin y + 6x) dy.$$

۵. خم C مفروض است. مطلوب است محاسبه‌ی
$$\begin{cases} x = \sin^3 t \\ y = t \\ z = \frac{t}{\pi} + \cos^4 t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$\int_C (e^x \cos y + yz) dx + (xz - e^x \sin y) dy + (xy + z) dz.$$

۶. فرض کنید D ناحیه‌ی محصور درون کره‌ی $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ و درون مخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ و رویه‌ی بسته‌ی در بر گیرنده‌ی D باشد. شار برون‌سوی میدان برداری $F(x, y, z) = (xy^2, yz^2, zx^2)$ گذرا از سطح S را محاسبه کنید.

۷. فرض کنید خم C حاصل از برخورد سهمیگون $3y = x^2 + z^2$ با صفحه‌ی $y = 3$ باشد که جهت حرکت بر روی C نسبت به بردار قائم‌یکه‌ی $(0, 1, 0)$ در جهت مثبت است. مطلوب است محاسبه‌ی
$$\oint_C (x + 3yz) dx + (x + 2e^y) dy + (x + y) dz.$$

تذکر: ارزش هر سؤال ۱۵ است.

موفق باشید



تاریخ: ۱۷ خرداد ۱۳۹۵

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

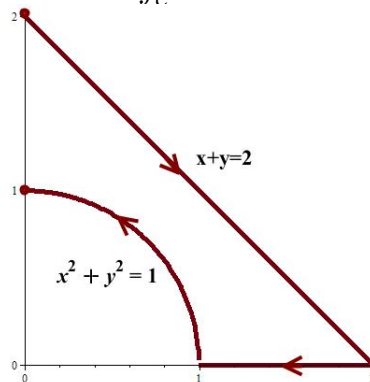
امتحان پایان ترم ریاضی عمومی ۲

۱. فرض کنید D ناحیه‌ی محصور بین منحنی‌های $y^3 = x^2$, $y^3 = 4x^2$, $y = x$ و $y = 2x$ باشد. انتگرال $\iint_D \frac{1}{y} dA$ را محاسبه کنید.

۲. انتگرال $\int_1^e \int_{\frac{1}{e}}^{\frac{1}{y}} \cos(x - \ln x) dx dy$ را محاسبه کنید.

۳. فرض کنید D ناحیه‌ی محصور درون کره‌ی $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ و خارج از مخروط $z^2 = 3(x^2 + y^2)$ باشد. انتگرال $\iiint_D (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{2}{3}} dV$ را محاسبه کنید.

۴. مطلوب است محاسبه‌ی $\int_C (x^2 - y) dx + (ye^{y^2} + x) dy$ که در آن خم C از $(0, 2)$ تا $(0, 1)$ در شکل زیر نمایش داده شده است.



۵. خم C : $\begin{cases} x = \cos^{\frac{2}{3}}(\frac{\pi}{4}t) + 2 \sin(\frac{\pi}{4}t) \\ y = 2 - t^2 \\ z = \cos(2\pi t) \end{cases}$ $0 \leq t \leq 1$

$$\int_C (2x \ln y - yz) dx + \left(\frac{x^2}{y} - xz\right) dy - xyz dz.$$

۶. فرض کنید D ناحیه‌ی محصور درون سهمیگون $z = 2 - x^2 - y^2$ و درون مخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ و رویه‌ی بسته‌ی در بر گیرنده‌ی D باشد. شار برون‌سوی میدان برداری

$$F(x, y, z) = (2xz + e^{y^2}, yz + \cos z^3, z^2)$$

گذرا از سطح S را محاسبه کنید.

۷. فرض کنید خم C حاصل از برخورد سهمیگون $z = x^2 + y^2$ با استوانه‌ی $x^2 + y^2 = 2y$ باشد که جهت حرکت بر روی C با قانون دست راست نسبت به بردار قائم یک‌ه‌ی برون‌سوی سهمیگون تعیین شده است.

$$\oint_C x dx + e^{y^2} dy + y dz$$

تذکره: ارزش هر سؤال ۱۵ است.

موفق باشید



بزرگی هست در دنیا خدا نام که با یادی کند دلها چه آرام

تاریخ: ۱۲ دی ماه ۱۳۹۴

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

امتحان پایان ترم ریاضی عمومی ۲

۱. انتگرال زیر را محاسبه کنید:

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \cos(y^3) dy dx.$$

۲. فرض کنید D ناحیه‌ی محصور بین منحنی‌های $xy = 2$ ، $xy = 4$ ، $x^2 = 1 + y^2$ و $x^2 = 9 + y^2$ در صفحه‌ی \mathbb{R}^2 باشد. در این صورت، انتگرال زیر را محاسبه کنید:

$$\iint_D (x^2 + y^2) dA.$$

۳. مساحت بخشی از مخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ را در فضای \mathbb{R}^3 حساب کنید که بین استوانه‌های $x^2 + y^2 = 1$ و $x^2 + y^2 = 4$ واقع است.

۴. فرض کنیم C قسمتی از دایره‌ی به مرکز $(0, 1)$ و شعاع $\sqrt{2}$ باشد که به طور ساعتگرد از نقطه‌ی $(-1, 0)$ تا $(1, 0)$ طی می‌شود. در این صورت، انتگرال زیر را حساب کنید:

$$\int_C \frac{y - x^2 + 1}{1 + x^2} dx + \tan^{-1}(x) dy.$$

۵. میدان برداری F با ضابطه‌ی $F(x, y) = (y + x^2y - \frac{1}{4}y^2, x + \frac{1}{4}x^3 + y)$ را در نظر بگیرید. C_1 قسمتی از منحنی $y = (x - 1)^2$ از نقطه‌ی $(1, 0)$ تا نقطه‌ی $(0, 1)$ و C_2 قسمتی از منحنی $y = \sqrt{1 - x^2}$ از نقطه‌ی $(0, 1)$ تا نقطه‌ی $(1, 0)$ است. در این صورت، $\int_{C_1 + C_2} F \cdot dr$ را بیابید.

۶. میدان برداری F با ضابطه‌ی $F(x, y, z) = (e^{-x^2}, x + \cos^2 y, y + z)$ را در نظر بگیرید. در فضای \mathbb{R}^3 ، C خم را برابر با فصل مشترک کره‌ی $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 8$ و سطح $z = 0$ در نظر بگیرید که در جهت مثبت نسبت به بردار \vec{k} پیموده می‌شود. در این صورت، $\int_C F \cdot dr$ را بیابید.

۷. میدان برداری F را با ضابطه‌ی

$$F(x, y, z) = (y \cos z + x^3, e^{xz} + y^3 + 1, e^x + y^2 - 1)$$

در نظر بگیرید. در فضای \mathbb{R}^3 ، سطح پیرامونی ناحیه‌ی محدود شده درون کره‌ی $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ و درون مخروط $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$ را S بنامید. در این صورت، شار برونسوی میدان برداری F از سطح S را محاسبه کنید.

تذکره: ارزش تمام سوالات یکسان است.

با آرزوی موفقیت



بزرگی هست در دنیا خدا نام که با یادی کند دلها چه آرام

تاریخ: ۳۰ خرداد ۱۳۹۴

مدت امتحان: ۱۸۰ دقیقه

امتحان پایان ترم ریاضی عمومی ۲

تذکره ۱: هیچ برگه‌ای از پاسخ‌نامه جدا نشود در غیر این صورت پاسخ‌نامه تصحیح نخواهد شد.

تذکره ۲: صفحات پاسخ‌نامه شماره گذاری شده‌اند بنابراین پاسخ هر سوال فقط در صفحه‌ی مربوط به همان سوال درج شود و از دو برگ آخر پاسخ‌نامه می‌توانید به عنوان چرک‌نویس استفاده کنید.

تذکره ۳: استفاده از تلفن همراه و ماشین حساب در طول امتحان غیر مجاز و در صورت مشاهده بنا بر قوانین برخورد خواهد شد.

تذکره ۴: درک سوالات بخشی از امتحان است پس در طول امتحان به هیچ سوالی پاسخ داده نخواهد شد.

تذکره ۵: نوشتن نام و نام خانوادگی، شماره دانشجویی و نام استاد فراموش نشود.

۱. انتگرال زیر را محاسبه کنید.

$$\int_0^1 \int_x^{\sqrt{x}} \cos\left(\frac{x}{y}\right) dy dx$$

۲. فرض کنید T حجم محصور به سطوح $z = y$, $z = 2y$, $x = z$, $x = 4z$, $x = x$, $y = x$, $y = 3x$ است. با استفاده از یک تغییر متغیر مناسب مقدار انتگرال زیر را محاسبه کنید.

$$\iiint_T e^{\frac{yx^3 + zy^3 + xz^3}{xyz}} dV$$

۳. منحنی C با معادله برداری $\vec{r}(t) = (2 \cos t + e^{-t} \sin t, 2 \sin t \cosh t, 1 + \cos(\frac{t}{\pi}))$ نقطه‌ی $A = (2, 0, 2)$ را به نقطه‌ی $B = (-2, 0, 1)$ وصل می‌کند. اگر $\vec{F} = (2x \ln z, 3y^2 z, \frac{x}{z} + y^2)$ مطلوب است محاسبه‌ی $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

۴. فرض کنید C نیم دایره‌ی بالایی $x^2 + y^2 = 4x$ از نقطه‌ی $(4, 0)$ به نقطه‌ی $(0, 0)$ است. مطلوب است

$$\int_C (y^2 e^{xy} + 4y + \cos x) dx + (e^{xy} + xye^{xy} + \sin y + 6x) dy$$

۵. فرض کنید S سطح بسته، شامل نیم‌کره‌ی $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ و صفحه‌ی $z = 1$ است. شار برون سوی میدان برداری $\vec{F} = xyz\vec{i} + yz^2\vec{j} + zx^2\vec{k}$ را در امتداد سطح S محاسبه کنید.

۶. مطلوب است محاسبه‌ی مساحت بخشی از سطح سهمی‌گون دوار $z = 4 - x^2 - y^2$ که بالای صفحه‌ی $z = 3$ قرار دارد.

۷. فرض کنید C منحنی حاصل از تلاقی سهمی‌گون $z = 2 - x^2 - y^2$ است با استوانه‌ی $x^2 + y^2 = 1$ باشد که جهت C را نسبت به نرمال خارجی سهمی‌گون، در جهت مثبت در نظر می‌گیریم. اگر $\vec{F} = (x^2, x + e^{y^2}, z)$ مطلوب است $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

تذکره: ارزش تمام سوالات یکسان است.

با آرزوی موفقیت